Közgazdaságtan I.
Számolási feladat-típusok a számonkérésekre
5. hét

2019/2020/I.

Kupcsik Réka

Témakörök

I. ICC, PCC, Engel-görbe, egyéni kereslet
II. Teljes árhatás felbontása (Slutsky)
III. Teljes árhatás felbontása (Hicks)

I. ICC, PCC, Engel-görbe, egyéni kereslet

- Márton hasznossági függvénye két termékre: $U = 5 \cdot x \cdot y^2$. Az x termék ára 1000, míg y termék 200-ba kerül. Tudjuk, hogy Márton optimális jószágkosarában 5 db x termék szerepel.

a) Mennyit fogyaszt Márton az y termékből az optimumban?

b) Számítsa ki Márton jövedelmét!

c) Írja fel a jövedelemajánlati görbe egyenletét!

d) Írja fel a két termék Engel-görbéjének egyenletét!

e) Írja fel az árajánlati görbét az x, illetve az y termék árának változása esetén!

f) Írja fel a két termékre Márton egyéni keresleti függvényét!

g) Az előbbi kérdések alapján x és y normál jószágok?

h) Mit lehet tudni a termékek saját árrugalmasságáról?

i) Mit lehet tudni y termék árának x termék keresletére vonatkozó keresztár-rugalmasságról?

Feladat

a-b) kérdés

A Márton optimális jószágkosarában lévő x és y mennyiségekre teljesül 2 feltétel:

1. Az érintési feltétel szerint a kosáron átmenő közömbösségi görbét érinti a költségvetési egyenes: $|MRS| = \frac{p_x}{p_y}$
2. A fogyasztó elkölti a teljes jövedelmét:

$$M = p_x \cdot x + p_y \cdot y$$

Feladat

a-b) kérdés

A helyettesítési határráta függvényként bármely (x,y) pontban megadja az adott ponton átmenő közömbösségi görbe meredekségét az adott pontban: $|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{5 \cdot y^2}{5 \cdot x \cdot 2 \cdot y} = \frac{y}{2 \cdot x}$

A konkrét esetben a két optimum-feltétel két ismeretlent tartalmaz, a jövedelmet és az y-ból fogyasztott optimális mennyiséget:

1. Az érintési feltétel: $\frac{y}{2 \cdot 5} = \frac{1000}{200} \rightarrow y = 50$ (a) kérdés)
2. A költségvetési korlát egyenlőségre teljesül: $M = 1000 \cdot 5 + + 200 \cdot y = 5000 + 200 \cdot 50 = 5000 + 10000 = 15000$ (b) kérdés)

Feladat

c) kérdés

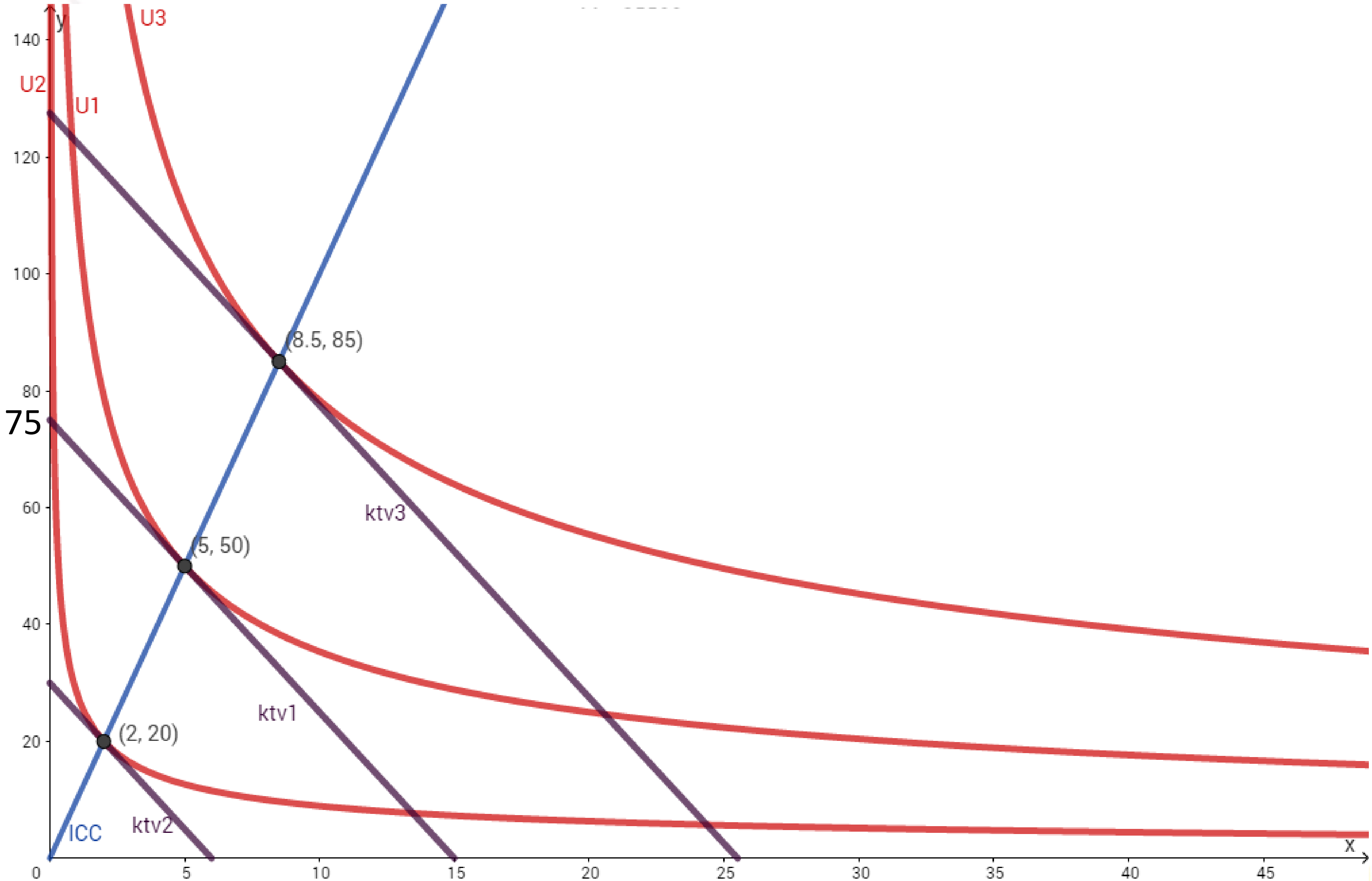
Az ICC görbe a fogyasztó optimális választásait köti össze a jószágtérben különböző jövedelmek és állandó árak mellett.

Az ICC pontjainak koordinátáira mint optimális jószágkosárban lévő x és y mennyiségekre valamekkora jövedelem mellett teljesül a két optimum-feltétel. Az elsőből levezethető az ICC egyenlete:

$$1.\ |MRS| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{2 \cdot x} = \frac{1000}{200} \rightarrow y = 10 \cdot x$$

Feladat

ICC


U3
U2
U1
y
140
120
100
80
75
60
40
20
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
x
(8.5, 85)
(5, 50)
(2, 20)
ktv3
ktv1
ktv2
ICC

d) kérdés

Az Engel-görbe a fogyasztó optimális választásait köti össze az x(M), illetve az y(M) koordináta-rendszerben különböző jövedelmek és állandó árak mellett.

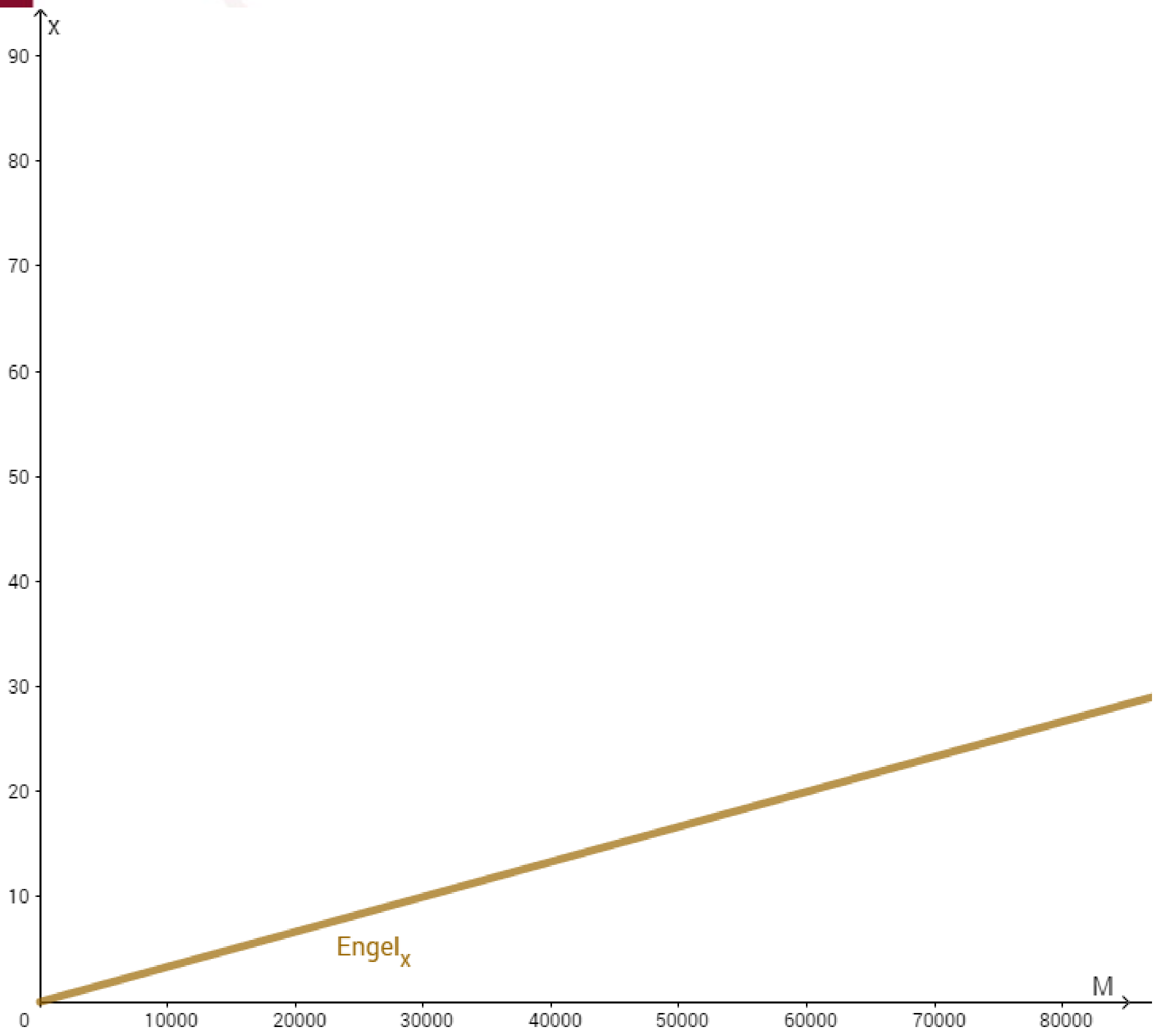
Az Engel-görbe pontjaira bármekkora jövedelem mellett teljesül a két optimum-feltétel.

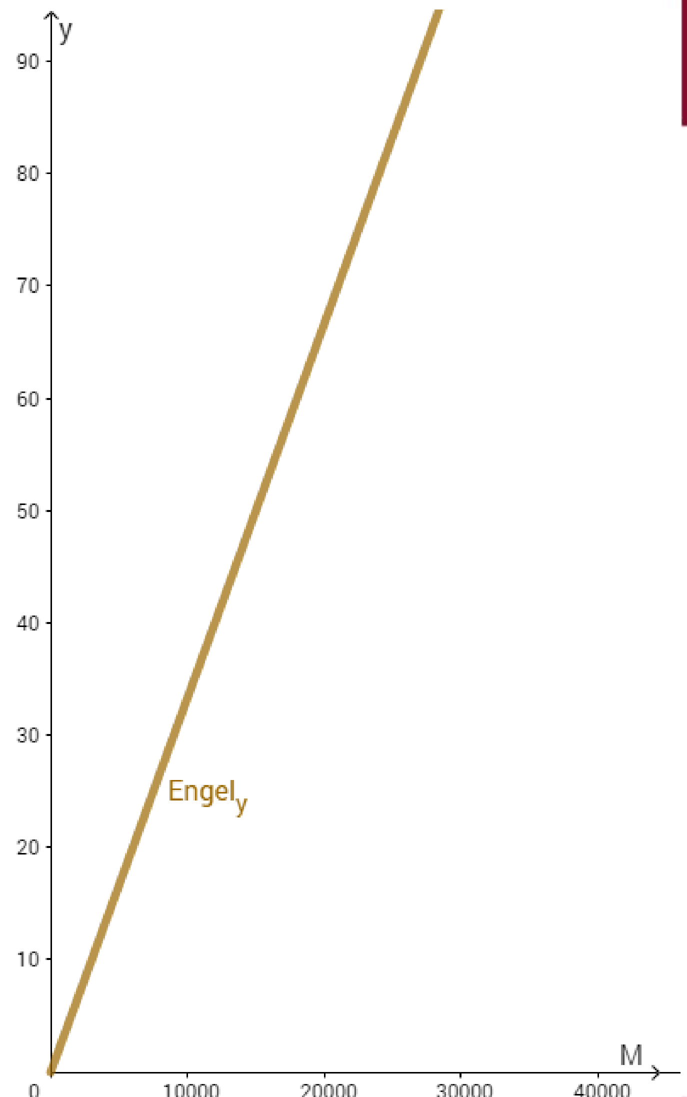
1. $|MRS| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{2 \cdot x} = \frac{1000}{200} \rightarrow$ y $= 10 \cdot x$ vagy $x = \frac{y}{10}$
2. $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y$

$$M = 1000 \cdot x + 200 \cdot y$$
$$M = 1000 \cdot x + 200 \cdot (10 \cdot x)$$
$$M = 1000 \cdot x + 2000 \cdot x$$
$$M = 3000 \cdot x$$
$$x = \frac{M}{3000}$$

$$M = 1000 \cdot x + 200 \cdot y$$
$$M = 1000 \cdot \frac{y}{10} + 200 \cdot y$$
$$M = 100 \cdot y + 200 \cdot y$$
$$M = 300 \cdot y$$
$$y = \frac{M}{300}$$

Engel-görbe


x
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10000
20000
30000
40000
50000
60000
70000
80000
M
$Engel_x$


y
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10000
20000
30000
40000
M
$Engel_y$

e) kérdés – p_x változik

A PCC ebben az esetben a fogyasztó optimális választásait köti össze a jószágtérben, miközben a jövedelem és az y termék ára állandó, és az x termék ára változik.

A PCC pontjainak koordinátáira mint optimális jószágkosárban lévő x és y mennyiségekre teljesül a két optimum-feltétel.

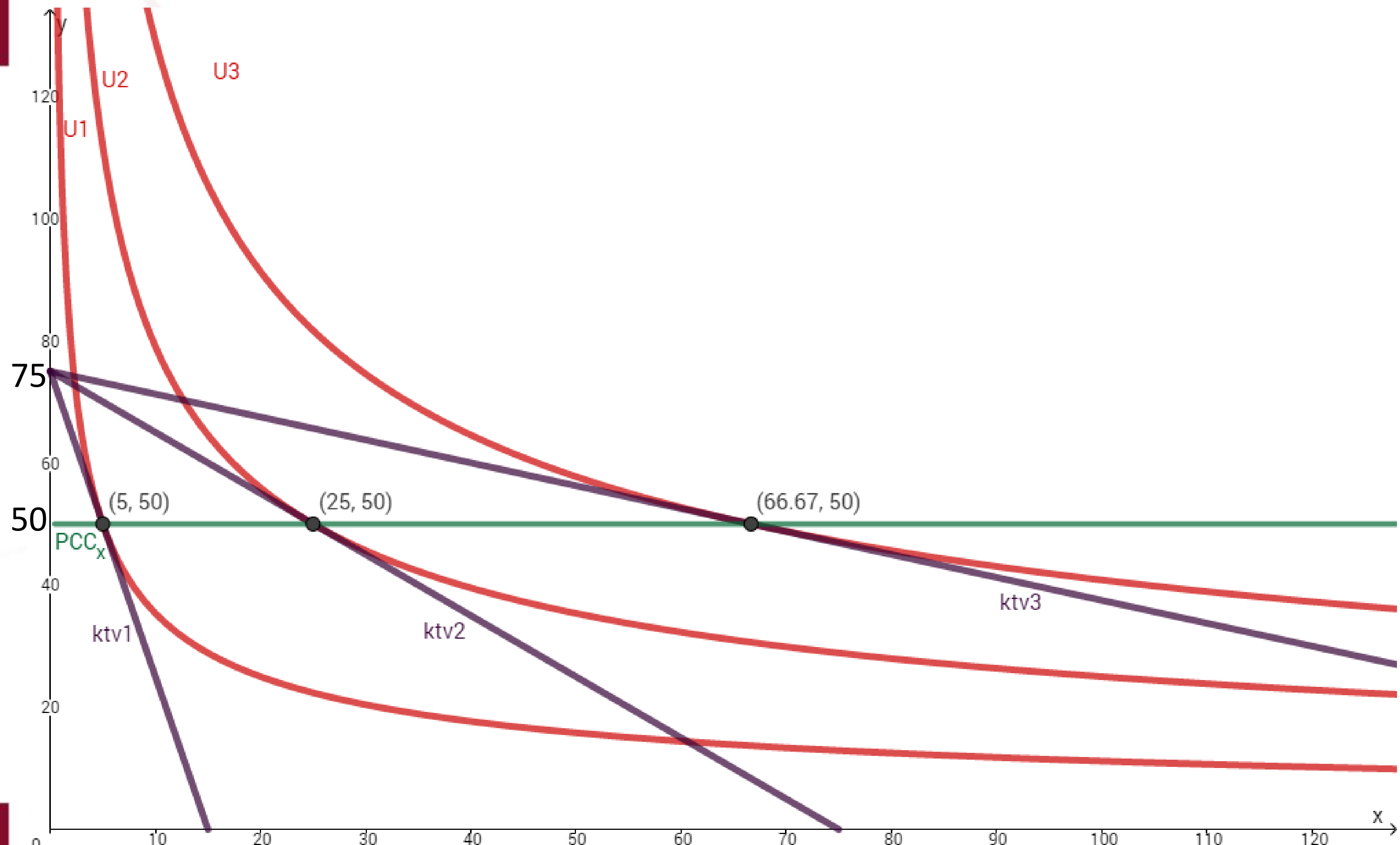
1. $|MRS| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{2 \cdot x} = \frac{p_x}{200} \rightarrow \mathrm{y} = \frac{p_x \cdot x}{100}$
2. $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y \rightarrow 15000 = p_x \cdot x + 200 \cdot \frac{p_x \cdot x}{100}$

Tehát $15000 = 3 \cdot p_x \cdot x$, azaz $p_x \cdot x = 5000$

Ezt visszahelyettesítve: $y = \frac{5000}{100} = 50$: p_x-től független konstans

Feladat

PCC – p_x változik



Feladat

e) kérdés – p_y változik

A PCC ebben az esetben a fogyasztó optimális választásait köti össze a jószágtérben, miközben a jövedelem és az x termék ára állandó, és az y termék ára változik.

A PCC pontjainak koordinátáira mint optimális jószágkosárban lévő x és y mennyiségekre teljesül a két optimum-feltétel.

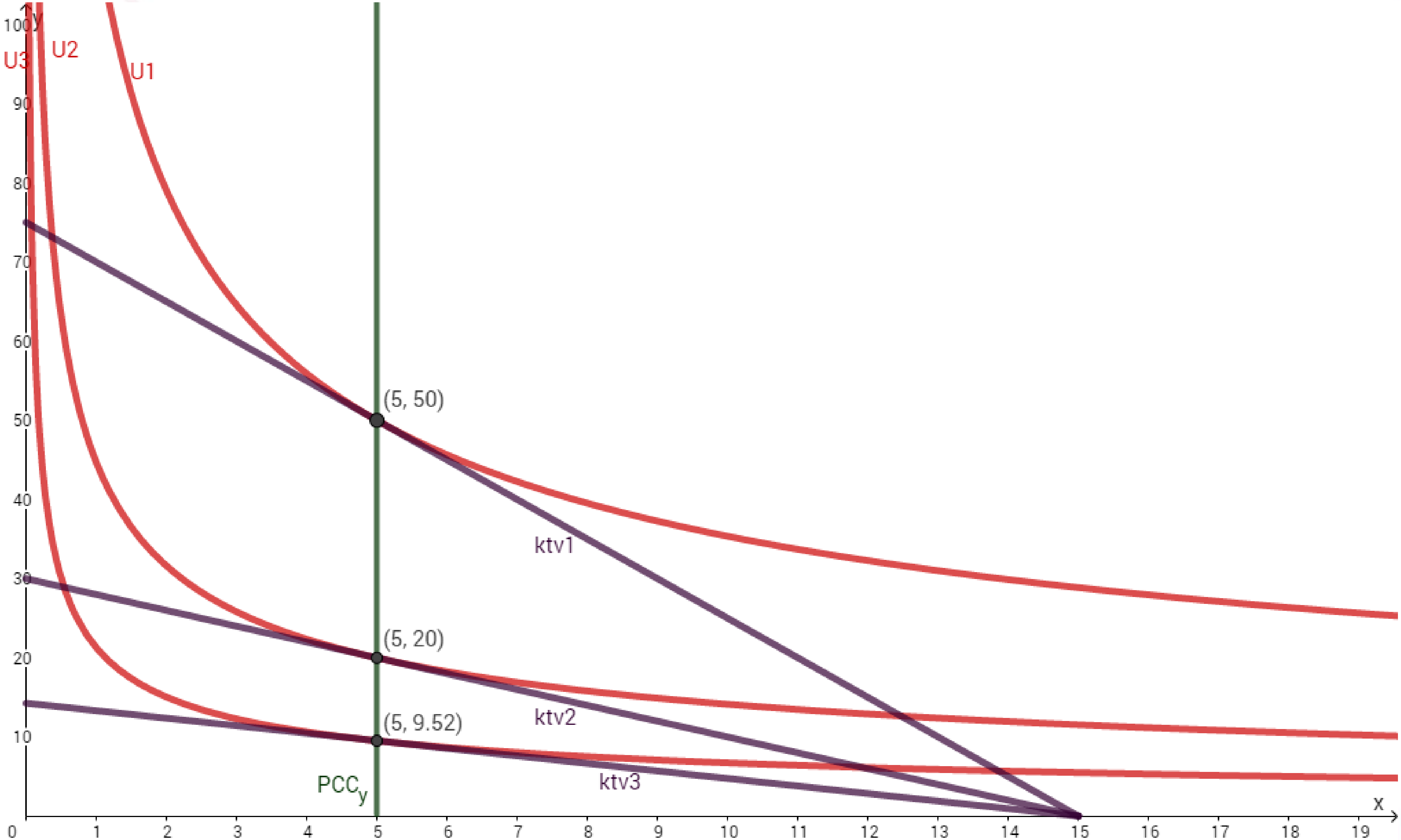
1. $|MRS| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{2 \cdot x} = \frac{1000}{p_y} \rightarrow \mathrm{x} = \frac{p_y \cdot y}{2000}$
2. $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y \rightarrow 15000 = 1000 \cdot \frac{p_y \cdot y}{2000} + p_y \cdot y$

Tehát $15000 = \frac{3}{2} \cdot p_y \cdot y$, azaz $p_y \cdot y = 10000$

Ezt visszahelyettesítve: $x = \frac{10000}{2000} = 5$: p_y-tól független konstans

Feladat

PCC – p_y változik



Feladat

f) kérdés – p_x változik

A kereslet ebben az esetben a fogyasztó optimális választásait köti össze a p_x-x ár-mennyiség koordináta-rendszerben, miközben a jövedelem és az y termék ára állandó, és az x termék ára változik.

Ezekre a pontokra teljesül a két optimum-feltétel.

1. $|MRS| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{2 \cdot x} = \frac{p_x}{200} \rightarrow \mathrm{y} = \frac{p_x \cdot x}{100}$
2. $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y \rightarrow 15000 = p_x \cdot x + 200 \cdot \frac{p_x \cdot x}{100}$

Tehát $15000 = 3 \cdot p_x \cdot x$, azaz $x = \frac{5000}{p_x}$

Feladat

f) kérdés – p_y változik

A kereslet ebben az esetben a fogyasztó optimális választásait köti össze a p_y-y ár-mennyiség koordinátarendszerben, miközben a jövedelem és az x termék ára állandó, és az y termék ára változik.

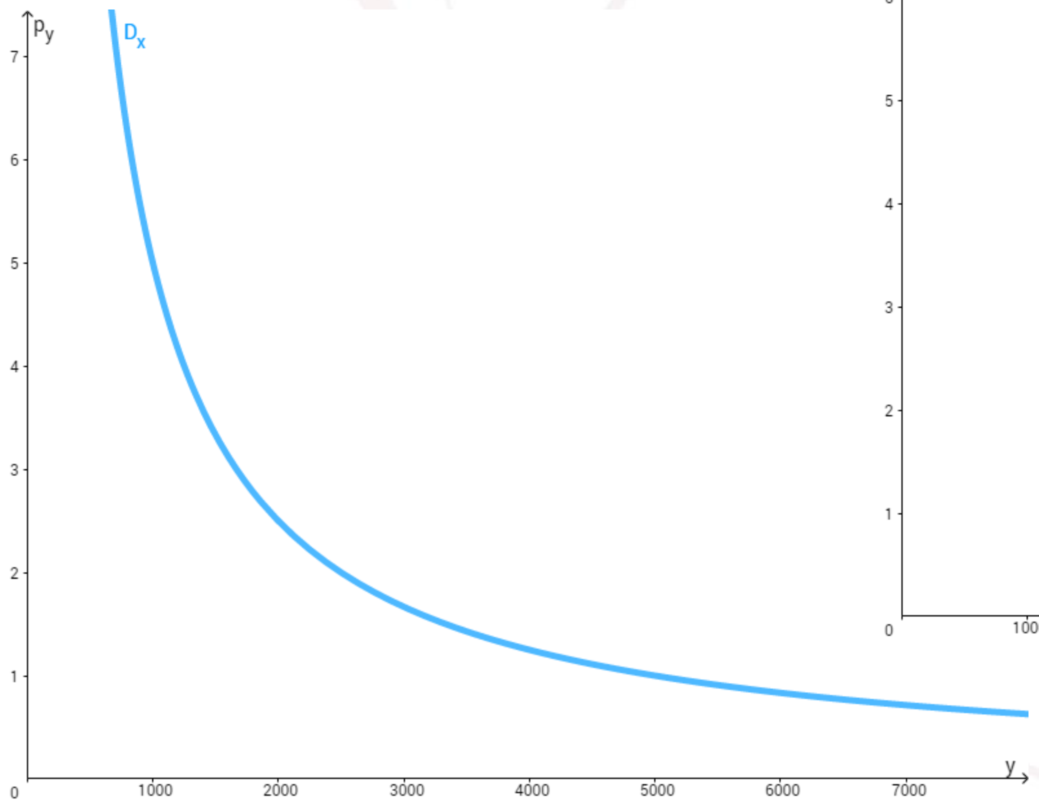
Ezekre a pontokra teljesül a két optimum-feltétel.

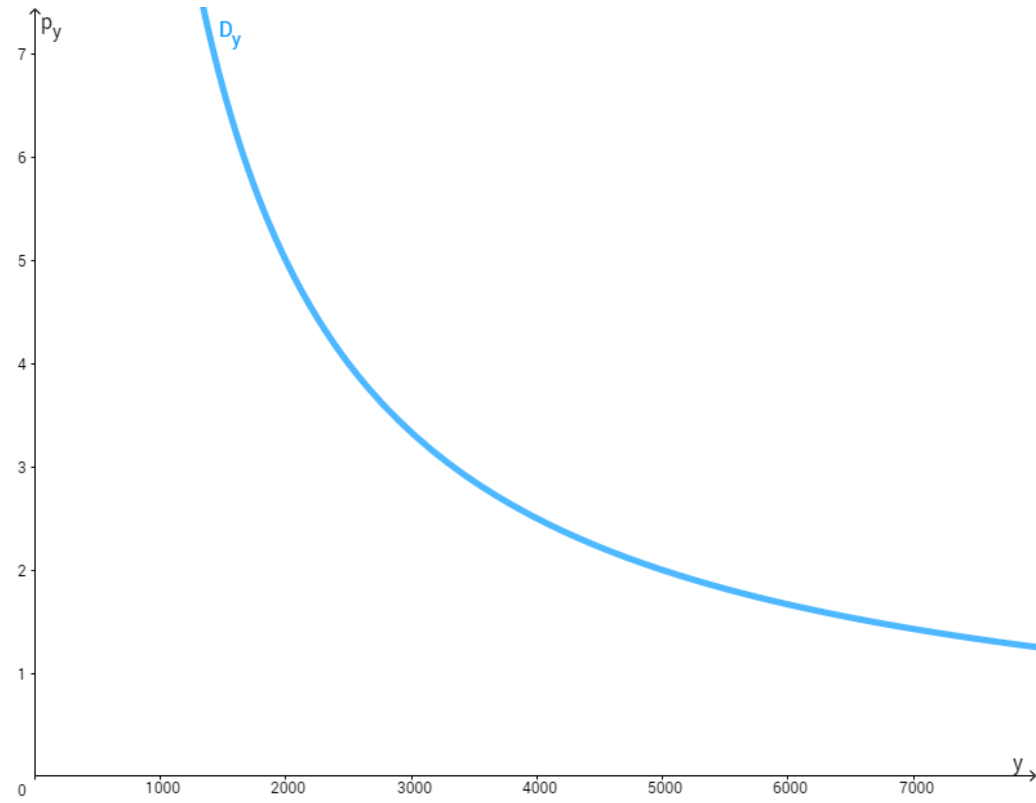
1. $|MRS| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{2 \cdot x} = \frac{1000}{p_y} \rightarrow \mathrm{x} = \frac{p_y \cdot y}{2000}$
2. $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y \rightarrow 15000 = 1000 \cdot \frac{p_y \cdot y}{2000} + p_y \cdot y$

Tehát $15000 = \frac{3}{2} \cdot p_y \cdot y$, azaz $y = \frac{10000}{p_y}$

Feladat

egyéni keresleti görbe





Feladat

g-i) kérdés

g) Az Engel-görbe meredekségéből megállapítható, normál jószágról van-e szó:

- Az x termék esetében az Engel-görbe meredeksége 1/3000>0, tehát x normál jószág
- Az y termék esetében az Engel-görbe meredeksége 1/300>0, tehát y normál jószág

g) A keresleti függvényből kiszámítható a saját árrugalmasság:

- Az x termék esetében: $\varepsilon_{p_x}^{x} = \frac{dx(p_x)}{p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = 5000 \cdot (-1) \cdot p_x^{-2} \cdot \frac{p_x}{5000/p_x} = -1$ azaz az x termék közönséges jószág egységnyi árrugalmassággal.
- Az y termék esetében: $\varepsilon_{p_y}^{y} = \frac{dy(p_y)}{p_y} \cdot \frac{p_y}{y} = 10000 \cdot (-1) \cdot p_y^{-2} \cdot \frac{p_y}{10000/p_y} = -1$ azaz az y termék közönséges jószág egységnyi árrugalmassággal.

g) PCC mindkét ár változása esetén konstansnak adódott, tehát a kereszt-árrugalmasság 0, a termékek függetlenek.

II. Teljes árhatás felbontása (Slutsky)

- Lipót konzoljátékra (x) és az y „összetett" jószágra vonatkozó hasznossági függvénye $U(x,y)=x^2 \cdot y$ alakú. Tudjuk, hogy a konzoljáték ára 5000, és Lipót jövedelme 900000.

a) Mennyit fogyaszt Lipót az egyes jószágokból?

b) Változatlan jövedelem mellett a konzoljáték ára 10000-re nő. Számítsa ki a teljes árhatást!

c) Mekkora a helyettesítési és jövedelmi hatás a Slutsky-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva?

a) kérdés

A Lipót optimális jószágkosarában lévő x és y mennyiségekre teljesül a két optimum-feltétel:

- Az érintési feltétel szerint a kosáron átmenő közömbösségi görbét érinti a költségvetési egyenes: $|MRS| = \frac{p_x}{p_y}$,
  $|MRS| = \frac{2 \cdot x \cdot y}{x^2} = \frac{2 \cdot y}{x}$ és $\frac{p_x}{p_y} = \frac{5000}{1} = 5000$, tehát
  $y = \frac{5000 \cdot x}{2} = 2500 \cdot x$
- A fogyasztó elkölti a teljes jövedelmét:
  $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y \rightarrow 900000 = 5000 \cdot x + 1 \cdot y \rightarrow$
  $900000 = 5000 \cdot x + 1 \cdot (2500 \cdot x) \rightarrow 900000 = 7500 \cdot x$,
  tehát $x = \frac{900000}{7500} = 120$ és $y = 2500 \cdot 120 = 300000$

b) kérdés

A Lipót optimális jószágkosarában lévő x-re és y-ra továbbra is teljesül a két optimum-feltétel:

- Az érintési feltétel: $\frac{2 \cdot y\prime}{x\prime} = \frac{p_x\prime}{p_y} = \frac{10000}{1}$,
  tehát $y' = \frac{10000 \cdot x'}{2} = 5000 \cdot x'$
- Költségvetési korlát: $M = p_x{}' \cdot x' + p_y \cdot y' \rightarrow$
  $900000 = 10000 \cdot x' + 1 \cdot y' \rightarrow$
  $900000 = 10000 \cdot x' + 5000 \cdot x' \rightarrow$
  $900000 = 15000 \cdot x'$, tehát $x' = \frac{900000}{15000} = 60$ és
  $y' = 5000 \cdot 60 = 300000$
- **A teljes árhatás: TH=x'-x=60-120=-60**

c) kérdés

- **A Slutsky-féle jövedelemkompenzáció lényege, hogy a fogyasztó *képes megvenni az eredeti jószágkosarat az új ár mellett*.** Az ehhez tartozó M:

$M_S = p_x' \cdot x + p_y \cdot y = 10000 \cdot 120 + 1 \cdot 300000 = 1500000$

VAGY

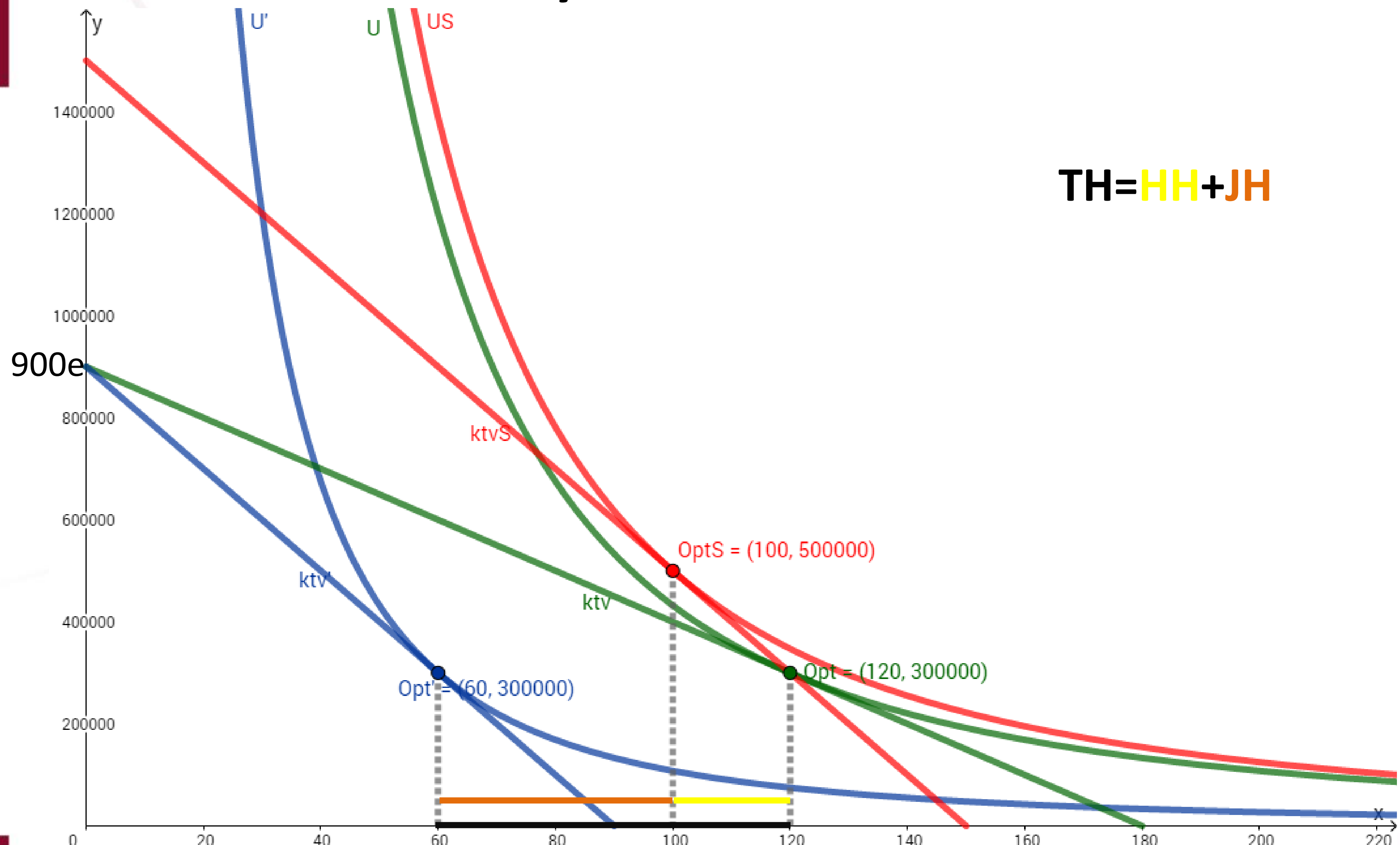
$M_S = M + \Delta M = M + \Delta p_x \cdot x = 900000 + (10000 - 5000) \cdot 120 = 1500000$

Lipót az új ár és a kompenzált jövedelem mellett is *optimálisan dönt*:

- Az érintési feltétel: $\frac{2 \cdot y_S}{x_S} = \frac{p_x'}{p_y} = \frac{10000}{1}$, tehát $y_S = \frac{10000 \cdot x_S}{2} = 5000 \cdot x_S$
- Költségvetési korlát: $M_S = {p_x}' \cdot x_S + p_y \cdot y_S \rightarrow$
  $1500000 = 10000 \cdot x_S + 1 \cdot y_S \rightarrow 1500000 = 10000 \cdot x_S + 5000 \cdot x_S \rightarrow$
  $1500000 = 15000 \cdot x_S$, tehát $x_S = \frac{1500000}{15000} = 100$ és
  $y_S = 5000 \cdot 100 = 500000$
- **A helyettesítési hatás: $HH_S = x_S - x = 100 - 120 = -20$**
- **A jövedelmi hatás: $JH_S = x' - x_S = 60 - 100 = -40$ [összesen $-20 + (-40) = -60$]**

Feladat

Slutsky-féle felbontás



III. Teljes árhatás felbontása (Hicks)

- Rezső xilitre és az y „összetett” jószágra vonatkozó hasznossági függvénye $U(x,y)=x\cdot y^2$ alakú. Tudjuk, hogy $p_x=50$, és Rezső jövedelme 3600.

a) Mennyit fogyaszt Rezső az egyes jószágokból?

b) Változatlan jövedelem mellett a xilit ára 400-ra nő. Számítsa ki a teljes árhatást!

c) Mekkora a helyettesítési és jövedelmi hatás a Hicks-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva?

a) kérdés

A Rezső optimális jószágkosarában lévő x és y mennyiségekre teljesül a két optimum-feltétel:

- Az érintési feltétel szerint a kosáron átmenő közömbösségi görbét érinti a költségvetési egyenes: $|MRS| = \frac{p_x}{p_y}$,
  $|MRS| = \frac{y^2}{x \cdot 2 \cdot y} = \frac{y}{2 \cdot x}$ és $\frac{p_x}{p_y} = \frac{50}{1} = 50$,
  tehát $y = 2 \cdot 50 \cdot x = 100 \cdot x$
- A fogyasztó elkölti a teljes jövedelmét:
  $M = p_x \cdot x + p_y \cdot y \rightarrow 3600 = 50 \cdot x + 1 \cdot (100 \cdot x) \rightarrow$
  $3600 = 150 \cdot x$,
  tehát $x = \frac{3600}{150} = 24$ és $y = 100 \cdot 24 = 2400$

Feladat

b) kérdés

A Rezső optimális jószágkosarában lévő x-re és y-ra továbbra is teljesül a két optimum-feltétel:

- Az érintési feltétel: $\frac{y\prime}{2\cdot x\prime} = \frac{p_x\prime}{p_y} = \frac{400}{1}$,
  tehát $y' = 2 \cdot 400 \cdot x' = 800 \cdot x'$
- Költségvetési korlát: $M = p_x{}' \cdot x' + p_y \cdot y' \rightarrow$
  $3600 = 400 \cdot x' + 1 \cdot y' \rightarrow$
  $3600 = 400 \cdot x' + 800 \cdot x' \rightarrow$
  $3600 = 1200 \cdot x'$, tehát $x' = \frac{3600}{1200} = 3$ és
  $y' = 800 \cdot 3 = 2400$
- **A teljes árhatás: TH=x'-x=2-24=-21**

Feladat

c) kérdés

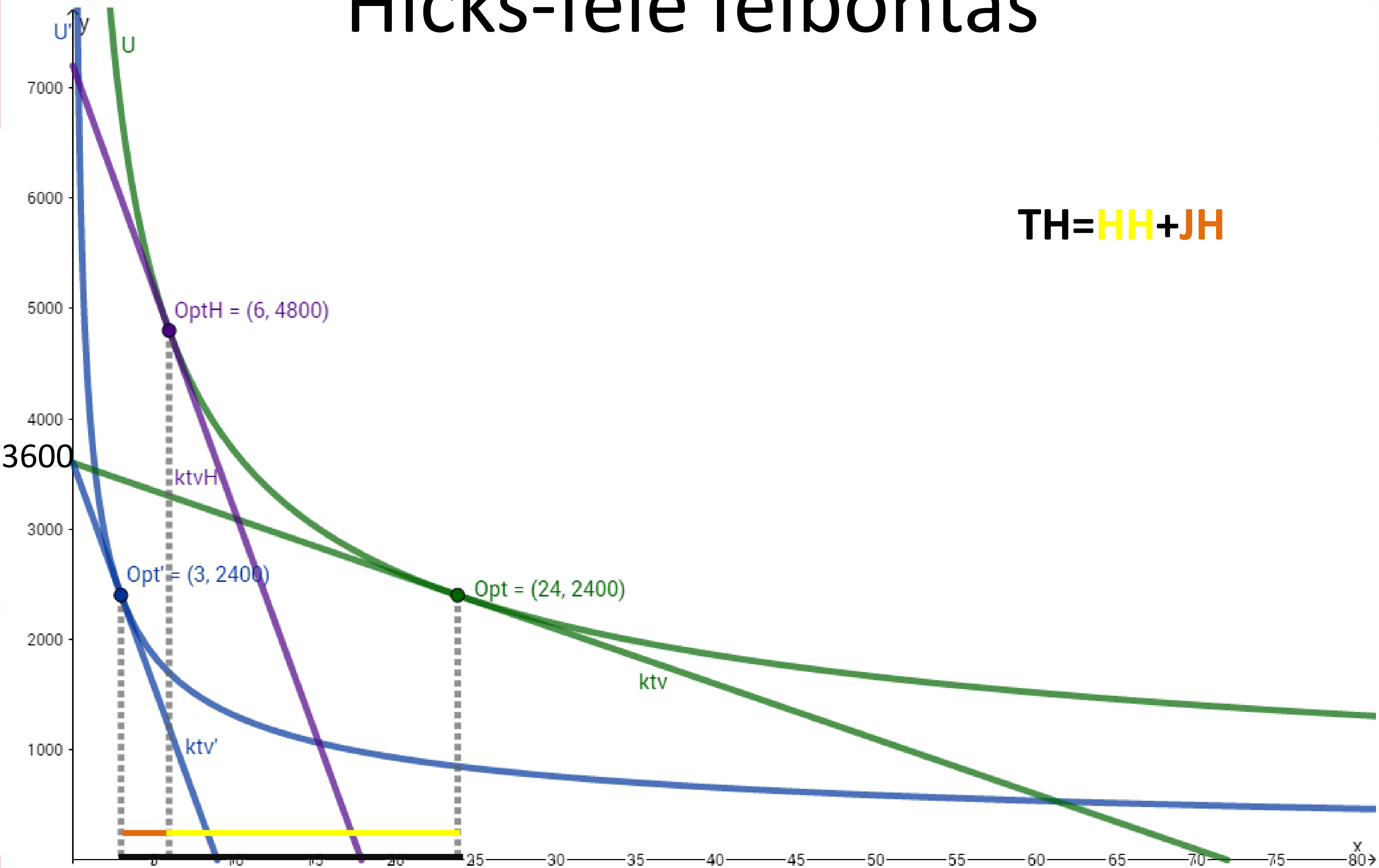
- **A Hicks-féle jövedelemkompenzáció lényege, hogy a fogyasztó *képes elérni az eredeti hasznossági szintet az új ár mellett*.**
- $U = x \cdot y^2 = 24 \cdot 2400^2 = 138240000$

Rezső az új ár és a kompenzált jövedelem mellett is *optimálisan dönt*:

- Az érintési feltétel: $\frac{y_H}{2 \cdot x_H} = \frac{p_x'}{p_y} = \frac{400}{1}$, tehát $y_H = 2 \cdot 400 \cdot x_H = 800 \cdot x_H$
- És $U = x_H \cdot y_H^2 = x_H \cdot (800 \cdot x_H)^2$, azaz $138240000 = 800^2 \cdot x_H^3$, amiből $x_H = 6$ és $y_H = 800 \cdot 6 = 4800$
- Ki lehet számítani az ehhez szükséges jövedelmet:
$$M_H = 400 \cdot 6 + 1 \cdot 4800 = 7200$$
- **A helyettesítési hatás: $HH_H = x_H - x = 6 - 24 = -18$**
- **A jövedelmi hatás: $JH_H = x' - x_H = 3 - 6 = -3$ [összesen -18+(-3)=-21]**

[Feladat]

Hicks-féle felbontás



TH=HH+JH

További feladatok

- Berde Éva (szerk.): Mikroökonómiai és piacelméleti feladatgyűjtemény (TOKK, Budapest, 2009)
  - Számolás: 33./42-44., 34./45-46., 36./53.a),b), 54.
  - Teszt: 12./39-43., 13./46-48., 14./49-53., 15./54-58.

Bónusz feladat 1.

- Benő Xanax-ra (x) és az y „összetett” jószágra vonatkozó hasznossági függvénye $U(x,y)=x\cdot y^2$. Tudjuk, hogy $p_x=2500$, és Benő jövedelme 15000.

a) Mennyit fogyaszt Benő az egyes jószágokból?

b) Változatlan jövedelem mellett a Xanax ára 5000-re nő. Mekkora a teljes árhatás, valamint a helyettesítési és a jövedelmi hatás a Slutsky-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva?

Bónusz feladat 2.

- Benedek szaloncukorra (x) és dióra (y) vonatkozó hasznossági függvénye $U(x,y)=x \cdot y$ alakú. Tudjuk, hogy $p_x=250$, $p_y=50$ és Benedek jövedelme 180 000.

a) Mennyi szaloncukrot, illetve diót fogyaszt Benedek?

b) Változatlan jövedelem mellett a szaloncukor ára 1000-re nő. Mekkora a teljes árhatás, valamint a helyettesítési és a jövedelmi hatás a Hicks-féle jövedelemkompenzációs módszert alkalmazva?